827. Zellenräume ノ Überdeckung ノ存在。其外

小松　醇郎（阪大）

次ノ三ツノ場合ノ Reidemeistersche Überdeckung ノ存在ヲ問題トスル。

1) Zellenraum K^n ノ Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}$ ノ Γ ヘノ Charakter ヲ任意ニ與ヘタ場合ニ是レヲ持ツヤウナ Überdeckung ハ存在スル。茲ニ Γ ハあーべる群 $\mathfrak{G}$ ノ inverse ノアル Automorphismen カラ積ヲ結合則トシテ出来ル群デアル。

2) Zellenraum K_1^n ノ Zellenraum K_2^n ヘノ

randtreu[1] ノ連續變換 h ガ與ヘラレ, 又 K^n_2 ノ Überdeckung $\mathfrak{U}_2$ ガ與ヘラレタトキ K^n_1 ノ Überdeckung $\mathfrak{U}_1$ デ h ニヨリ $\mathfrak{U}_1$ ガ $\mathfrak{U}_2$ ニ Abbilden サレル如キ $\mathfrak{U}_1$ ハ存在スル。

3) 2) ノ逆デアル. 即チ K^n_1 ノ K^n_2 ヘノ randtreu ノ變換 h 及ビ K^n_1 ノ Überdeckung $\mathfrak{U}_1$ ガ與ヘラレテ居ル. 但シ $\mathfrak{U}_1$ デハ K^n_1 ノ Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}_1$ ノ Γ ヘノ Homomorphismus デハ $\mathfrak{F}_1$ ノ $\mathfrak{F}_2$ ヘノ Homomorphismus h ニ於ケル Kern ハ凡ベテ I ($\in \Gamma$) ヘ移ッテ居ルモノトスル. 然ルトキ K^n_2 ノ Überdeckung $\mathfrak{U}_2$ デ h ニ依リ $\mathfrak{U}_1$ ノ Bild トナル如キ $\mathfrak{U}_2$ ハ存在スルカ否カ。

2), 3) ハ図示スレバ

$$K^n_1 \xrightarrow{h} K^n_2 \quad \text{stetig, randtreu}$$

$$\mathfrak{F}_1 \xrightarrow{h} \mathfrak{F}_2 \longrightarrow \Gamma. \quad \text{Homomorphismus}$$

然ルトキ $\mathfrak{U}_1$, $\mathfrak{U}_2$ ノ一ツヲ與ヘテ他方ノ存在デアル。

1) ノ証明: K^n ヲ重心細分シテ生ズル Komplex K^n_0. 此ノ i 次元單体凡テカラ生ズル部分複体 K^i_0 トスル. K^1_0 ノ Raum B^1 ヲ作ル. B^1 ノ中ニ來ル一次元 Strecke ニハ I ($\in \Gamma$) ヲ対應サセル. B^1 ノ中ニナイ一次元 Strecke ハ K^n ノ Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}$, 從ッテ又 K^n_0 ノ

---

1) A. Komatu: Über die Überdeckungen von Zellenräumen II. Proc. Imp. Acad. 15. (1939)

Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}$ ノ一ツノ元ヲ表ハス．從ツテ與ヘラレタ Charakter

$$\mathfrak{F} \longrightarrow \Gamma$$

ニ依ツテ對應スル $\gamma\ (\in \Gamma)$ ハ一意ニ定マル．ソノ γ ヲ夫々對應サセル。

是デ K_0' ノ凡テノ Strecke ニ γ ガ對應サレ，homotop O ナ weg ニハ $I\ (\in \Gamma)$ ガ對應スル．從ツテ inzident ナ Zellen

$$a^r > a^{r-1}$$

ニ γ ガ對應サレ，ソレハ Überdeckung ノ條件[2] ヲ充ス。

2) ノ証明：

$$K_1^n \xrightarrow{h} K_2^n \quad \text{stetig, randtren.}$$

$$K_{10}^n \xrightarrow{h} K_{20}^n \quad \text{simplizial.}$$

$$\mathfrak{F}_1 \xrightarrow{h} \mathfrak{F}_2 \longrightarrow \Gamma. \quad \text{Homomorphismus.}$$

K_2^n ノ Überdeckung $\mathfrak{U}_2$ ガアタヘラレタトキ K_{20}' ノ各 Strecke ニ Γ ノ元 γ ガ對應スル．ソノ對應デ homotop O ノ閉道ニハ I ガ對應スル。

$K_{10}^n \xrightarrow{h} K_{20}^n$ デ K_{10}^n ノ一次元單体ニハ K_{20}^n ノ一次元單体ガ一意ニ定マル。從ツテ K_{10}^n ノ各 Strecke ニ對應スル γ トシテ K_{20}^n ノ Strecke ノソレヲトレ

---

2) K. Reidemeister: Überdeckungen von Komplexen. Crelle. 173.

バヨイ。

$$T'_1 \longrightarrow T'_2 \longrightarrow \gamma.$$

斯リテK_1^*ノÜberdeckung $\mathfrak{U}_1$が作レル。

3)ノ証明： $\mathfrak{U}_1$が與ヘラレタトキ hデ $\mathfrak{U}_1 \longrightarrow \mathfrak{U}_2$ナル如キ$K_2$ノÜberdeckung $\mathfrak{U}_2$ハ必ズシモ存在シナイ。シカシ$\mathfrak{U}_1$トäquivalentナÜberdeckung $\mathfrak{U}'_1$ヲトレバ $\mathfrak{U}'_1 \longrightarrow \mathfrak{U}_2$ナル如キ$\mathfrak{U}_2$ハ存在スル。äquivalentトハFundamentalgruppe $\mathfrak{F}$ノΓヘノCharakterヲ等シクスル奴。[3)]

$$\mathfrak{F}_1 \xrightarrow{h} \mathfrak{F}_2 \longrightarrow \Gamma$$

デ$h(\mathfrak{F}_1)$（$\mathfrak{F}_2$ノ部分群）ノΓヘノcharakterハ與ヘラレル。此ノCharakterが$\mathfrak{F}_2$全体ノソレニerweitern出来ルナラバ$\mathfrak{U}_2$ハ存在スル。

$\mathfrak{F}_2 \longrightarrow \Gamma$ 與ヘラレタノダカラ 1)ニヨリ$\mathfrak{U}_2$ヲ作ル。次ニ 2)ニヨリ$\mathfrak{U}'_1$ヲツクル。然ラバ$\mathfrak{U}'_1$デ$\mathfrak{F}_1 \longrightarrow \Gamma$ノCharakterハ始メノ$\mathfrak{U}_1$ニ於ケル$\mathfrak{F}_1 \longrightarrow \Gamma$ト等シイ。

ZellenraumノÜberdeckungノBetti群ニツキ一、二ノ結果ヲ述ベテ見マス。Komplexニモ適

---

3) äquivalentナüberdeckungenハZellenraumがKomplexナラバBetti群ハ等シイ。本誌190号．談話824。

應スル。

Fundamentalgruppe ノ i-te 部分群 $\mathfrak{F}^i$.

Geschlossen ノ i 次元 Zellenkette w^i: $a^i_1\ a^i_2 \cdots\cdots a^i_j\ a^i_1$ トハ a^i_K ト a^i_{K+1} トノ間ニ $a^i_K > a^{i-1}_{KK+1}$, $a^i_{K+1} > a^{i-1}_{KK+1}$ ナル $(i-1)$ 次元 Zelle ノ存在スル道ヲ云フ。Komplex ナラバ w^i ト homotop ナ一次元 Zellenkette w^1 ハ必ズ存在スル。

w^i ガ homotop 0 (何次元ノ Zelle ヲ使ッテデモ) ニナルモノヲ單位元ト考ヘ, 凡ユル w^i ガ作ル群ヲ $\mathfrak{F}^i$

定理. $\mathfrak{F}^i$ ハ基本群 $\mathfrak{F}$ ノ部分群デアル。

定理. Komplex デハ $\mathfrak{F}^i$ ハ $\mathfrak{F}^{i-1}$ ノ部分群デアル。

定理. Mannigfaltigkeit デハ $\mathfrak{F}^i$ ハ $\mathfrak{F}$ ト isomorph デアル。

Zellenraum K^n ノ Überdeckung $\mathfrak{U}$ ガ與ヘラレレバ $\mathfrak{F}$ ノ Γ ヘノ Charakter, 從ッテ $\mathfrak{F}^i$ ノ Γ ヘノ Charakter ガ與ヘラレル。

定理: Komplex ノ Überdeckung $\mathfrak{U}$ ニヨッテ $\mathfrak{F}^i$ ノ Γ ヘノ Homomorphismus ガ trivial ($\mathfrak{F}^i \longrightarrow I$) ナラバ $\mathfrak{U}$ ノ j 次元 Betti 群 $B^j_{\mathfrak{U}}(K^n, \mathfrak{U})$, ($n \geqq j \geqq i$), ハ K^n ノ通例ノ j 次元 Betti 群ト isomorph デアル。